2. a) f se divide cu $X-1$ dacă și numai dacă $f(1)=0$

$f(1)=1+3-3-1=0$ deci $x-1$ divide f.

b) $x_1^2+x_2^2+x_3^2=(x_1+x_2+x_3)^2-2(x_1x_2+x_1x_3+x_2x_3)$

Știm că $f=X^3-X^2(x_1+x_2+x_3)+X(x_1x_2+x_1x_3+x_2x_3)-x_1x_2x_3$

deci $x_1+x_2+x_3=-3$ și $x_1x_2+x_1x_3+x_2x_3=-3$.

Rezultă $x_1^2+x_2^2+x_3^2=(-3)^2-2(-3)=9+6=15$.

c) $f(X)=(X-x_1)(X-x_2)(X-x_3)$ deci $f(2)=(2-x_1)(2-x_2)(2-x_3)$

$f(2)=8+3\cdot 4-3\cdot 2-1=13$ deci $(2-x_1)(2-x_2)(2-x_3)=13$.

III

1. a) Funcția f este bine definită pe intervalul $(0,\infty)$

Funcția f este derivabilă și derivata sa este

$$f'(x)=(\sqrt{x})'-(\ln x)'=\frac{1}{2\sqrt{x}}-\frac{1}{x}.$$

Pentru că funcția f e derivabilă avem:

$$\lim_{x\to 4}\frac{f(x)-f(4)}{x-4}=f'(4)=\frac{1}{2\sqrt{4}}-\frac{1}{4}=0.$$

b) Pentru $x>0$ avem

$$f'(x)>0 \Leftrightarrow \frac{1}{2\sqrt{x}}-\frac{1}{x}>0 \Leftrightarrow \frac{1}{2\sqrt{x}}>\frac{1}{x} \Leftrightarrow x>2\sqrt{x} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x^2>(2\sqrt{x})^2 \Leftrightarrow x^2>4x \Leftrightarrow x>4.$$

Întrucât $f'(x)>0$ pentru $x>4$ funcția $f(x)$ este strict crescătoare pe intervalul $(4,+\infty)$.