

Deci punctul B are coordonatele (4,6).

6. Pentru ca x este unghi ascuțit avem $\cos x \neq 0$ deci ecuația e bine definită. Ecuația e echivalentă cu

$$\sin x + 4 \cos x = 5 \cos x \Leftrightarrow \sin x = \cos x \Leftrightarrow \operatorname{tg} x = 1.$$

Singurul unghi ascuțit pentru care $\operatorname{tg} x = 1$ este $x = 45^\circ$.

II

1. a) $\ln x$ este bine definit pentru $x \in (0, +\infty)$ deci matricea e bine definită. Avem

$$\det(H(x)) = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \ln x \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 1 \cdot \begin{vmatrix} 1 & \ln x \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = 1 \cdot 1 \cdot 1 = 1.$$

$$b) H(x) \cdot H(a) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \ln x \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \ln a \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \ln x + \ln a \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} =$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \ln(ax) \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = H(ax)$$

Ecuația $H(x) \cdot H(a) = H(x)$ este echivalentă cu $\ln x + \ln a = \ln x$ pentru orice x adică cu $\ln a = 0$ adică cu $a = 1$.

$$c) H(1) + H(2) + \dots + H(2012) = \begin{pmatrix} 2012 & 0 & 0 \\ 0 & 2012 & * \\ 0 & 0 & 2012 \end{pmatrix}$$

unde $*$ este un număr pe care nu îl calculăm. Determinantul acestei matrici este

$$\begin{vmatrix} 2012 & 0 & 0 \\ 0 & 2012 & * \\ 0 & 0 & 2012 \end{vmatrix} = 2012 \cdot \begin{vmatrix} 2012 & * \\ 0 & 2012 \end{vmatrix} = 2012 \cdot 2012 \cdot 2012 = \\ = 2012^3.$$